ChinaXiv合作期刊

chinaXiv:201804.01433v1

基于元胞自动机模型的交织区车道分配问题分析 *

安　旭，赵　靖†，马晓旦，夏晓梅

(上海理工大学 管理学院，上海 200093)

摘　要：为探究交织区不同车道分配方案对系统产生的影响效果，在 Nagel 和 Schreckenberg 提出的 NS 元胞自动机模型的基础上为三种不同换道区域定义了三种换道规则，建立针对交织区的元胞自动机模型。对比交织区是否设置隔离带的两种车道分配情况下交织区及非交织区分别进行了数值的模拟和分析，结果表明，流量低时，两种措施的效果无明显差异；流量较高并且交织比不大时设置隔离带将减少系统拥堵及各流向车辆的行程时间。当交织区的长度在一定值内，设置隔离带的效果更好，且随着交织区长度的增加，设置隔离带而产生的优化效果也越来越小。交织区超过这个长度后两种措施效果差不多。

关键词：交织区；元胞自动机；换道规则；车道分配

中图分类号：TP181　　doi: 10.3969/j.issn.1001-3695.2017.12.0814

Analysis of lane allocation problem in weaving area based on cellular automaton model

An Xu, Zhao Jing†, Ma Xiaodan, Xia Xiaomei

(*Management College*, *University of Shanghai for Science & Technology*, *Shanghai* 200082, *China*)

Abstract: This paper create a cellular automaton mode to explore the effects of different lane allocation schemes in the weaving area on the system. Based on the NS cellular automaton model for three different lane area defined three lane changing rules for weaving area of cellular automaton model. There have already been carried out numerical simulation and analysis of two lane allocation in weaving area. The results show that when the flow rate is low, no significant difference between the two measures of effect; when the flow rate is high, with travel time will reduce the system congestion and each set of vehicles to isolation. When the length of the weaving zone is within a certain value, the effect of isolating belt is better. With the increase of weaving area length, the optimization effect of isolation belt is becoming smaller and smaller. Weaving area over this length, the two measures almost the same effect.

Key words: weaving area; cellular automaton model; lane changing rule; lane allocation

0　引言

快速路交织区是影响快速路系统运行效率的关键瓶颈之一，以往基于交通流理论[1~4]对其建立了一系列解析模型。文献[4]对目前国内外交织区交通流的研究进行了综述，主要的建模方法包括回归模型[5]、跟驰模型[6]、连续交通流模型[7]，研究发现对快速路交织区通行效率影响的主要因素包括流量[8]、交织区长度[9]、车辆换道行为[10，11]。其中，元胞自动机（cell automata，CA）模型是一类常用的建模方法，它通过映射来表示状态的演化，可进行时空状态的模拟[12]。该模型应用涉及社会学、生物学、物理学、交通科学等领域，应用在交通流理论方面主要包括 NS 模型[13，14]及 BML 模型[15，16]。

文献[17]用 CA 模型对高速公路交织区的交通流进行模拟，分析了不同路面标志模式对高速公路交织区交通流量运行状况的影响。文献[18]对高架路交织区段的长度进行模拟和分析，发现当交通流拥挤时适当增加交织区的长度可以改善系统的交通流运行状况。文献[19]分析了包含出入匝、主路和辅路的交通流相变情况，研究表明入匝流量比较高时，主辅路为双车道的系统可以延缓交通拥堵和减少通行时间，当入匝流量较低时，双车道改善了单车道下辅路的通行状况。文献[20]利用多车道元胞模型研究双下匝道系统的交通流特征，发现换道集中在合流区和分流区附近，并造成相应路段上的局部拥堵。

基于上述交织区运行状态规律的解析，一系列交通状态预测和优化控制方法被提出。文献[21]对路网全局的交通流情况建立了预测模型；文献[22]研究了快速路进口匝道及衔接交叉口的协调控制模型；文献[23]研究了突发交通事故情况下交织

收稿日期：2017-12-21；**修回日期：**2018-02-09　　**基金项目：**国家自然科学基金资助项目（51608324）

作者简介：安旭（1994-），女，黑龙江牡丹江人，硕士，主要研究方向为交通管理与控制；赵靖（1983-），男（通信作者），上海人，博士，副教授，硕导，主要从事交通系统设计、交通管理与控制方面研究（jing_zhao_traffic@163.com）；马晓旦（1966-），男，副教授，硕士，主要从事交通控制研究；夏晓梅（1976-），女，博士，讲师，主要从事交通运输规划与管理方面研究.

ChinaXiv合作期刊
chinaXiv:201804.01433v1

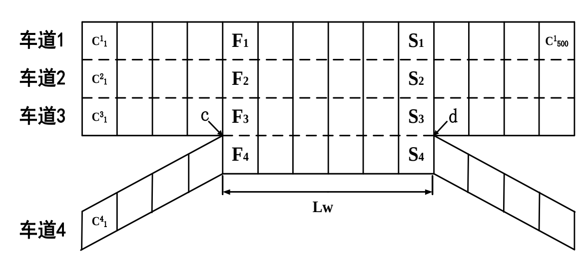
区的疏解能力；文献[24]加入自适应车辆对上匝道车流模型进行研究。

车道分配是一种改善交织区运行的管理方法，合理的车道分配能够使车流的运行更加有序，但目前考虑车道分配的交织区交通流模型及其运行效益分析较为缺乏。本篇研究将基于 NS 元胞自动机模型，加入符合实际驾驶行为的换道规则，建立针对交织区的元胞自动机模型。将车辆的平均运行时间及平均速度作为主要参数，通过对模型模拟运行，对比分析 A 型交织区的两种不同车道分配方法产生的交通流参数，从而研究两种车道分配方式下交织区、非交织区和各流向的车流运行效果。

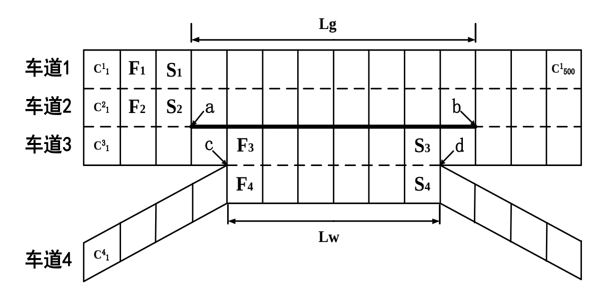
1　模型建立

1.1　交织区描述

两股或多股交通流在没有交通控制设施的情况下，沿着相同的大方向在相当长的公路路段中运行，其中相交而过的交通流成为交织。利用 CA 模型将考虑车道分配的交织区问题描述如图 1 所示。主路为车道 1~3，辅路为车道 4。图 1(a)为不设置隔离带情况，道路交通自行组织，交织区包含所有车道；图 1(b)为采用车道分配的情况，在车道 2 与车道 3 之间设置隔离带，车道 3 和 4 构成交织区，车道 1 和 2 不参与交织，从而减少了不同流向交通流间的相互干扰。后文称图 1(a)所示情况为方案 A；图 1(b)所示情况为方案 B。



(a)无隔离带交织区(方案 A)



(b)设置隔离带交织区(方案 B)

图 1　两种不同车道分配方式交织区

图中每一个格子代表一个元胞，车流的运动可用元胞之间的传输来模拟。每个元胞只有 0 和 1 两种状态，0 表示此元胞内为空，1 表示此元胞内被一辆车所占据。交织区的长度用 Lw 个元胞来表示，即图中$[c,d]$路段。在设置隔离带的情况中，隔离带$[a,b]$的长度为Lg，主线交织车辆需在 a 点之前进入车道 3，主线直行车辆可利用车道 1 和 2 通行，不受交织车流的干扰。

模型中车辆的运行包括直行与换道两种行为，模型每一步的状态都是通过迭代得到各时刻每个元胞的状态。迭代子时间步长为单位 1，总运行时长为 T，T 也可以理解为迭代步数。迭代规则包括直行规则与换道规则两种，分别对应前进与换道两种行为。

1.2　前进规则

前进行驶包括车辆在同一条车道上的前进与停止（前进为 0）两种情况，给定车辆的初始状态就可以由直行规则迭代得到以后时刻的车辆位置。

设 v_{max} 为车辆在交织区域的最高行驶速度；v'_{max} 为车辆在非交织区的最高行驶速度，$V=\begin{cases}v_{\max}, 交织区\\ v'_{\max}, 其他\end{cases}$；$x_n(t)$为第 n 辆车在 t 时刻的位置；$g_n(t)=x_{n-1}(t)-x_n(t)-1$ 为 t 时刻第 n 辆车前方的空元胞数；$v_n(t)$为第 n 辆车在 t 时刻的速度，$v_n(t)\epsilon[0,v]$。直行的规则如下：

a)加速。$v_n(t)<V$ 时，$v_n(t)$增加 1，即 $v_n(t)=v_n(t)+1$；

b)减速。$v_n(t)>g_n(t)$时，$v_n(t)$降至 $g_n(t)$，即 $v_n(t)=g_n(t)$；

c)随机慢化。$v_n(t)$以概率 p 降低 1，$v_n(t)=v_n(t)-1$；（p 为随机慢化概率）

d)直行位置更新。用上述 a)~c)得到的向前更新位置，即 $x_n(t+1)=x_n(t)+v_n(t)$。

初始条件　车辆以主路和辅路的流量比例分别进入初始端元胞 $C^1{}_1$-$C^3{}_1$ 和 $C^4{}_1$，初始速度为 V，各车行驶流向在初始位置便已知，行驶通过车道终点元胞以后在系统中消失。在从主路驶入的车辆中，向辅路驶出的车辆比例为 α_1；在从辅路驶入的车辆中，向主路驶出的车辆比例为 α_2。

1.3　换道规则

正常的行驶中除了前进还会有变换车道的驾驶行为，为了更好的模拟现实中交织区车辆的运行情况，本文按照换道需求的强弱制定了 3 种换道规则，分别是：进出交织区的强需求换道规则、为进出交织区做准备的中等需求换道规则以及为获得更高行驶速度的弱需求换道规则。三种换道规则分别对应三种不同区域，强需求换道规则主要适用于交织区，车辆必须马上变换车道才能达到要求，即满足条件就变道；中等需求换道规则主要适用于为出入交织区做准备的区域，车辆为进入交织区做准备提前变道；弱需求换道规则适用于所有区域，主要是车辆为了获得更高行驶速度而变道，即不影响后车，且有加速条件时才会以一定概率选择是否换道。

a)进出交织区的强需求换道规则。当主路车道上的车辆需要进入 4 车道，或者辅路 4 车道上的车辆需要进入主车道时，在图 1 中的交织区$[F_i, S_i]$区域内将发生强需求换道行为，将此区域有换道需求车辆的换道行为称为进出交织区的强需求换道规则。换道的判断条件是：若满足式（1），则车辆立即变换车道。

$$\begin{cases}g_i^- \geq 1 或 g_i^- \geq g_i\\ g_i^+ \geq 1 或 g_i^+ \geq g_i\end{cases} \tag{1}$$

其中:g_i 表示当前车道目标车辆与目标车前方车辆之间的空元

chinaXiv:201804.01433v1

胞数；g_i^-表示当前车道目标车辆与相邻的目标车道后方车辆之前的空元胞数；g_i^+表示当前车道目标车辆与相邻的目标车道前方车辆之前的空元胞数；v_i表示目标车辆的车速；v_i^-表示与目标车相邻的目标车道后方车辆的车速。

b)进出交织区做准备的中等需求换道规则。在主路行驶需要变道至辅路的车辆在进入交织区前（图 1 [C_i，F_i]区域），需提前换道至 3 车道做准备，将此区域有换道需求车辆的换道行为称为进出交织区做准备的中等需求换道规则。换道的判断条件是，若满足式（2），则车辆立即变换车道。

$$\begin{cases} g_i^- \ge \min(v_i^- + 1, V) \\ g_i^+ \ge g_i \text{或} g_i^+ \ge 1 \end{cases} \tag{2}$$

c)获得更高行驶速度的弱需求换道规则。系统范围内的所有车辆为了获得一个更高的行驶速度都有可能产生换道需求，此时的需求最弱，在满足弱换道规则条件下的车辆将以一定概率进行换道。换道的判断条件是，若满足式（3），则车辆以一定概率 p_c 进行换道。

$$\begin{cases} g_i^- \ge \min(v_i^- + 1, V) \\ g_i < \min(v_i + 1, V) \text{且} g_i^+ \ge \min(v_i + 1, V) \end{cases} \tag{3}$$

式(1) (2)都属于强制换道规则，式(3)属于非强制性换道规则。换道规则 1 表示不考虑换道以后对当前车辆的影响，式(1)说明车辆必须马上换至目标车道，否则会在交织区的尽头，即图 1 中 S_3 或 S_4 元胞处等待。式(1)中的条件 $g_i^+ \ge g_i$ 或 $g_i^+ \ge 1$ 表示不考虑目标车辆换道后的速度，条件 $g_i^- \ge g_i$ 或 $g_i^- \ge 1$ 表示不考虑目标车辆的换道行为给目标车之后车辆所造成的影响，实际上当车流比较稀疏时目标车之后车辆最多减速至 1。换道规则 2 表示目前的换道需求不如 1 强烈，需要考察对目标车道后车的影响，若不能满足条件，则会在图 1 中 S_1 或 S_2 元胞处停车等待，直到满足条件才变换车道。式(2)中条件 $g_i^- \ge \min\{v_i^- + 1, V\}$ 表示不影响目标车道后方车辆的行驶才会换道；条件 $g_i^+ \ge g_i$ 或 $g_i^+ \ge 1$ 表示虽然当前换道需求中等，但仍需尽快换至目标车道，且不考虑换道后对当前车辆车速的影响。换道规则 3 表示为了获得更高的车速而考虑是否换道，需考虑换道后对目标车自身以及对目标车之后车辆的影响。式(3)中条件 $g_i^- \ge \min\{v_i^- + 1, V\}$ 表示不影响目标车后方车辆的行驶；条件 $g_i < \min\{v_i + 1, V\}$ 且 $g_i^+ \ge \min\{v_i + 1, V\}$ 表示目标车前方车辆影响了目标车辆的行驶，且换至目标车道后目标车辆能获得更高的速度又不影响目标车道前方车辆的行驶。

2 数值模拟与分析

本节将考虑流量、出入匝道概率和交织区长度三个影响因素，对是否设置隔离带的两种车道分配，从拥挤相变情况和各通行路径运行情况进行对比分析。

模拟系统中每条车道各包含 500 个元胞，每个元胞从初始位置开始至结束位置编号分别对应 C^i_1，C^i_2 直至 C^i_{500}，每个元胞的长度为 5m。随机慢化概率 p 取 0.33；弱需求换道概率 p_c 取 0.2；交织区和非交织区最大速度分别为 $v_{max}=2$，$v'_{max}=3$。为排除系统前段及后段车辆运行的影响，分析的数据取值位置为 C^i_{100} 至 C^i_{400} 路段，4 条车道共包含 1200 个元胞；数据观测时段 T 取 400 至 900 时间段，观测时间单位为单位 1。分析中交织区长度 L_w=20；隔离带长度 L_g=30；停止线的设置考虑若将 3 车道与 4 车道交织区的停止线平行设置在 S_4 元胞位置则可能造成两车相对，都无法通过的情况，因此结合式(1)的判断条件可知需要将 3 车道的停止线后移至 S_3 元胞位置，即将停止线后移 2 个元胞才可保证车辆顺利通过；同时结合式(2)的判断条件可知需要将 1 车道与 2 车道的停止线后移 1 个元胞可保证车辆顺利通过，依次得到 S_4 至 S_1 的元胞位置。按照以上设置参数进行仿真，下文所有分析数据均为仿真运行 50 次的均值。

图 2 为在 $\alpha_1=\alpha_2=0.2$ 时两种车道分配方案下交织区和非交织区在主路和辅路单条车道流量变化情况下运行状态的相变图。相变点的选取以区域车辆平均速度小于 2 为标准（结合《城市道路工程设计规范 CJJ 37-2012》中快速路达到三级服务水平平均速度换算得到），区域Ⅰ表示交织区与非交织区均处在非拥挤状态；区域Ⅱ表示交织区拥堵非交织区仍处在非拥挤状态；区域Ⅲ表示交织区与非交织区均为拥挤状态。由图 2 可得，方案 B 对比方案 A 的区域Ⅰ面积明显增大，区域Ⅲ面积有明显的减少，各区域分隔线有整体右移的趋势，说明整体而言方案 B 对交织区拥堵有明显改善效果。具体的，方案 B 在主路单条车道流量大于 400 时运行效率明显优于方案 A，在主路单条车道流量小于 200 时略差于方案 A。反映出设置分隔带在流量较大时对改善拥挤有明显效果，改善程度随主路流量的增加而增加，而在流量较小时会对运行效率造成轻微的负面影响。

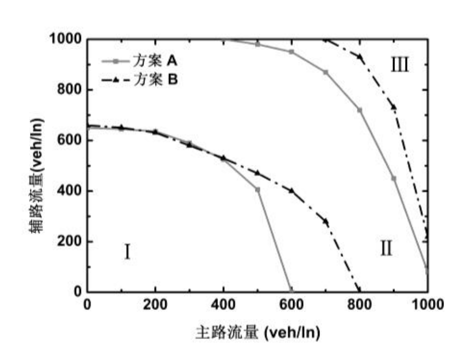
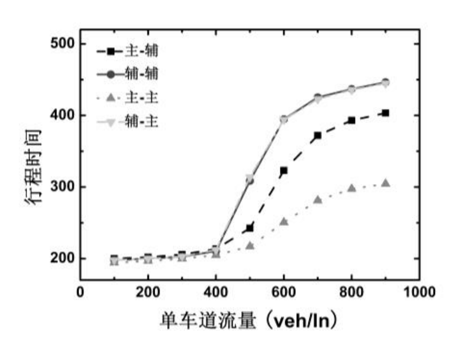


图 2 不同流量下系统的相变图

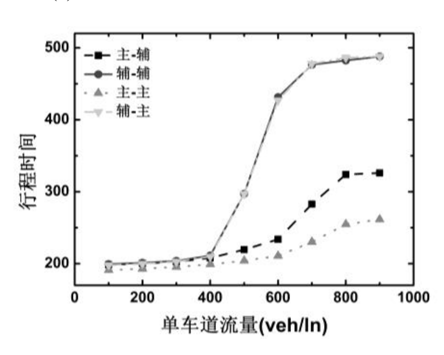
为进一步分析方案 B 与方案 A 对不同路径车流的影响，图 3 展示了主路进入-主路驶离、主路进入-辅路驶离、辅路进入-主路驶离和辅路进入-辅路驶离四条路径的行程时间随流量的变化情况。令主路单车道流量等于辅路流量，其余参数同前。图 3(a)(b)分别为方案 A 与方案 B 四条路径的行程时间，图 3(c)为方案 B 比方案 A 行程时间减少的百分比，负值表示方案 B 比方案 A 行程时间有所增加。由图可得，两种方案辅路进入的车辆行程时间均高于主路进入的车辆；方案 B 中从主路进入车辆的行程时间均小于方案 A，但从辅路进入车辆的行程时间普遍大于方案 A；在单车道流量 400～500 之间方案 B 所有路径的通行时间比方案 A 均有缩短。由于方案 B 的车道分配方法能够

chinaXiv:201804.01433v1

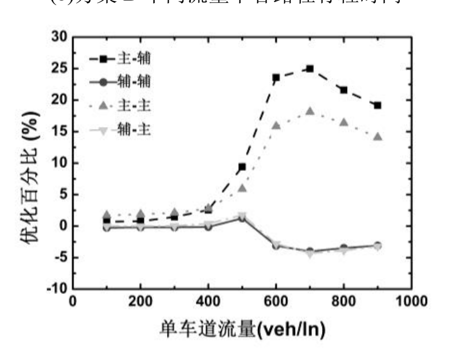
有效将交织车辆与非交织车辆分离，因此主路进入主路驶出车辆的行程时间被明显的缩短，但同时也导致交织区的交织流量比增加，造成辅路行驶车辆的行程时间有所增加。图 3(c)可见，对主路车流行程时间的减少量（正值）明显大于对辅路车流行程时间的增加量（负值），总体而言对于提高运行效率有积极意义。并且流量在 500 开始辅路行程时间开始明显变长，说明此时开始出现了拥堵，与图 1 分析结果一致。



(a)方案 A 不同流量下各路径行程时间



(b)方案 B 不同流量下各路径行程时间



(c)方案 B 较方案 A 优化百分比

图 3　各流向在不同流量下行程时间图

进一步分析流向比对运行状态的影响，如图 4 所示。取单车道流量为 500，其余参数同前。图中可以看出在辅路换道概率小于 0.7 时，方案 B 在非交织区拥堵方面较方案 A 有很大程度的改善；当大于 0.7 时，方案 B 效果不如方案 A。这种结果可以看出，非交织区的拥挤状态主要受主路换道概率的影响，交织区的拥挤状态主要受辅路换道概率的影响。

取 $\alpha_1=\alpha_2=\alpha$，对比各流向车流在不同出入匝道比例条件下的行程时间，如图 5 所示。对于主路进入的车辆，当交织的比例小于 0.7 时，方案 B 的行程时间小于方案 A；对于辅路进入的车辆，交织比例小于 0.8 时方案 B 的行程时间小于方案 A。且方案 B 对主路进入至主路驶出车辆的优化效果最为明显；对辅路进入主路驶出车辆也有一定优化效果。从图 5(c)可以看出，当出入匝概率较小时方案 B 较方案 A 优化明显，入匝概率较大时方案 B 对各路径优化效果有所不同。

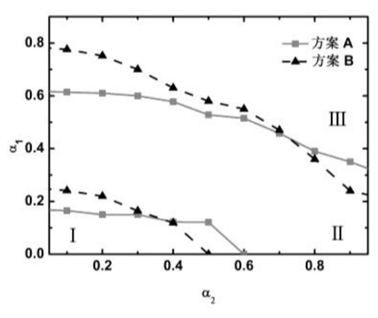
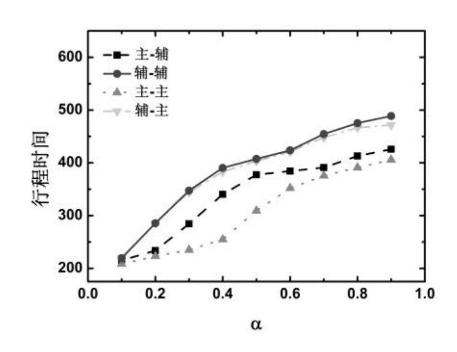
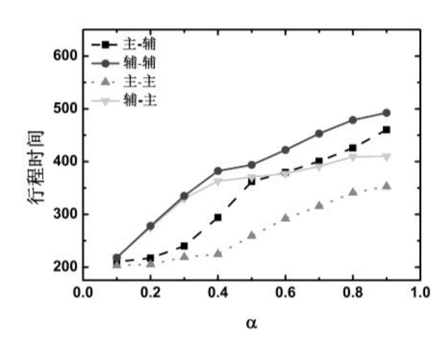


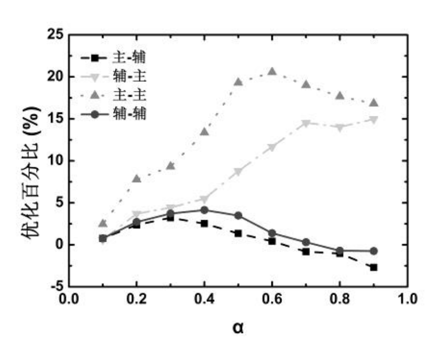
图 4　交织比例相变图



(a)方案 A 不同交织比下各路径行程时间



(b)方案 B 不同交织比下各路径行程时间



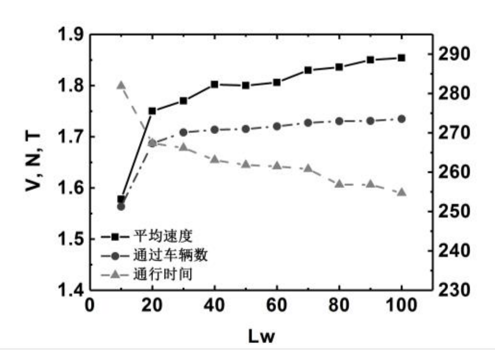
(c)方案 B 较方案 A 优化百分比

图 5　各流向在不同交织比例下的行程时间

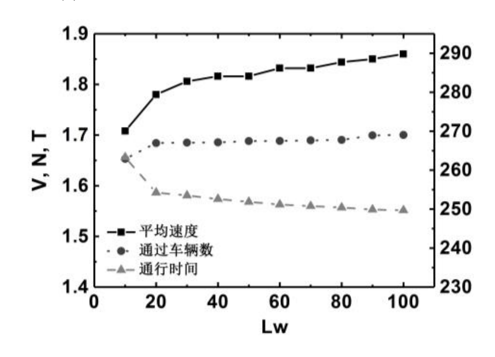
为进一步对比两种车道分配方案，考虑交织区长度对两种方案的影响。取单车道流量 700，出入匝道概率均为 0.2，绘制不同交织区长度下的平均行驶速度(V)、平均通过车辆数(N)及平均通过时间(T)见图 6。总体而言，方案 B 运行效率优于方案

chinaXiv:201804.01433v1

A。随着交织长度的增加，方案 A 与方案 B 的行驶速度与通过车辆数均有所增加，同时车辆的通过时间有所减少，但方案 A 的变化率较方案 B 快。当交织区长度大于 60 个元胞后，方案 A 与方案 B 趋于相同的值，表明设置隔离带的效益在交织区长度较短时更为显著。随着交织区的加长，交织车流对车流总体运行效率的影响越小，方案 B 的优化效益也越不明显。当交织区长度达到 300m 后，是否设置隔离带无显著区别。



(a)方案 A 在不同交织区长度下交通流参数



(b)方案 B 在不同交织区长度下交通流参数

图 6　交通流参数随交织区长度变化的曲线图

3　结束语

本文在建立了交织区元胞自动机模型基础上对比研究了主路三条车道及辅路一条车道情况下交织区是否对辅路进行隔离的两种效果。将车辆的行驶速度，行程时间及通过车辆数作为研究对象进行程序仿真，得到数值结果。

a)当系统流量较小时，是否施加隔离带效果并无太大差别，两种车道分配方法在系统的拥堵情况以及车辆的行程时间上都差别不大。但在流量较大时，施加隔离带将减少系统的拥堵，并且有效减少主路车辆的行程时间。

b)当进出匝道车辆的交织比不大时，施加隔离带能够减少各路径车流的行程时间并且缓解非交织区域的拥挤情况；当交织比较大时，设置隔离设施会使辅路进入的车辆运行更加通畅，但却使主路进入系统车辆的行程时间大幅增长。整体来说交织比较小或者较大时施加隔离带效果都不如不施加效果好。

c)随着交织区长度的增加，施加隔离带的优化效果将越来越不明显，达到一定长度值（约为 300m）后，即使交织区的长度超过该值施加隔离措施与不施加的效果并无多大的差异。

参考文献：

[1] Nagai R, Nagatani T, Taniguchi N. Traffic states and jamming transitions induced by a bus in two lane traffic flow [J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2005, 2 (4): 548-562.

[2] Ali H, Alireza K, Niloofar H, *et al.* The effect of a lane change on a car-following manoeuvre: anticipation and relaxation behaviour [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D. Journal of Automobile Engineering, 2015, 4 (7): 809-818.

[3] 唐铁桥，黄海军. 用燕尾突变理论来讨论交通流预测 [J]. 数学研究, 2005 (1): 112-116.

[4] 陈金川，刘小明，任福田，等. 道路交织区运行分析研究进展 [J]. 公路交通科技, 2000 (1): 48-52+56.

[5] 赵靖，白玉，杨晓光. 基于回归分析的交织区通行能力模型 [J]. 城市交通, 2009, 7 (5): 85-90.

[6] 张菁，巨永锋. 快速路交织区交通流模型研究 [J]. 中国公路学报, 2011, 24 (5): 89-93.

[7] 杨帆，杨晓光，云美萍. 城市道路间断流行程时间双峰分布 [J]. 同济大学学报：自然科学版, 2014, (2): 259-265.

[8] 江金胜，董力耘. 基于元胞自动机模型的 C 型交织区交通流特性 [J]. 力学学报, 2012, 44 (6): 996-1004.

[9] 魏代梅，陆键，陆林军，等. 先入后出型城市快速路匝道组合的最佳间距 [J]. 公路交通科技, 2013, 30 (6): 109-114.

[10] 杨德亮，谢旭东，牛小铁. 交叉口入口路段车流量及车辆换道率检测研究 [J]. 计算机应用研究, 2015, 32 (7): 2209-2213.

[11] 刘小明，王秀英. 基于信息交互的元胞自动机换道行为模型研究 [J]. 计算机应用研究, 2010, 27 (10): 3826-3828.

[12] 邱小平，于丹，孙若晓，等. 考虑坡道的元胞自动机交通流模型研究 [J]. 计算机应用研究, 2016, 33 (9): 2611-2614.

[13] 熊胜辉，李星毅，施化吉. 基于元胞自动机的快速路交织区交通流仿真建模 [J]. 计算机应用, 2010, 30 (2): 551-554+570.

[14] 丁建勋，黄海军，唐铁桥. 一种考虑速度随机慢化概率动态演化的交通流元胞自动机模型 [J]. 物理学报, 2009, 58 (11): 7591-7595.

[15] 梅宏，成卫，张云生，等. 基于二维元胞自动机的交通流模拟分析 [J]. 西南师范大学学报：自然科学版, 2013, (6): 42-46.

[16] 盘薇，贾丽斯，薛郁. 信号灯随机更新的城市交通网络模型 [J]. 广西科学, 2016 (3): 189-193.

[17] Zhang Xiaoning, Di Xuan, Zhang Hongjun. Simulating traffic spillback of the expressway weaving area based on cellular automata [C]// Proc of WRI World Congress on Software Engineering. Washington DC: IEEE Computer Society, 2009: 137-141.

[18] 雷丽，董力耘，宋涛，戴世强. 基于元胞自动机模型的高架路交织区交通流的研究 [J]. 物理学报, 2006, (04): 1711-1717.

[19] 梅超群，黄海军，唐铁桥. 城市快速路系统的元胞自动机模型与分析 [J]. 物理学报, 2009, 58 (05): 3014-3021.

[20] 江金胜，董力耘. 双下匝道系统的交通流动态特征及其优化 [J]. 物理

ChinaXiv合作期刊

学报, 2012, 61 (21): 316-324.

[21] 张凤琴, 王梦非, 管桦, 等. 城市交通网元胞自动机全局流量预测方法 [J]. 计算机应用研究, 2017, 34 (1): 42-45.

[22] 保丽霞, 杨晓光. 快速路进口匝道及其衔接交叉口的协调优化控制模型 [J]. 中国公路学报, 2009, 22 (02): 82-86+92.

[23] Wang Jianjun, He Qianqian, Qiu Liping, *et al.* Study on traffic capacity in the expressway on-ramp junction under circumstance of traffic accident [C]// Proc of the 2nd International Workshop on Intelligent Systems and Applications. 2010.

[24] 华雪东, 王炜, 王昊. 考虑自适应巡航车辆影响的上匝道系统混合交通流模型 [J]. 物理学报, 2016, 65 (08): 223-235.

chinaXiv:201804.01433v1